DESPACHO ECONOMICO HIDROTERMICO MULTIEMBALSE MULTINODAL DE CORTO PLAZO. ESTADO DEL ARTE DE LOS METODOS DE OPTIMIZACION.

Dr Ing. Alberto Vargas
Instituto de Energía Eléctrica (IEE) Universidad Nacional de San Juan
Av. Libertador San Martín 1109 Oeste Capital – San Juan, Argentina
e-mail: avargas@iee.unsj.edu.ar

Ing. Wilfredo Sifuentes
Instituto de Energía Eléctrica (IEE) Universidad Nacional de San Juan
Av. Libertador San Martín 1109 Oeste Capital – San Juan, Argentina
e-mail: wsifuentes@iee.unsj.edu.ar

Abstract. En América Latina principalmente en los últimos 10-15 años, la mayoría de los países han convergido hacia mercados eléctricos competitivos basados en el despacho centralizado, habiéndose ampliado el espectro de las restricciones a considerar. Para los próximos 5-10 años se espera que los distintos mercados se interconecten internacionalmente y se produzcan importantes transferencias de potencia – energía lo que incorporará seguramente nuevas restricciones y condicionamiento al problema del despacho económico. Ante esta realidad se hace necesaria una revisión de los modelos de optimización ofrecidos por el estado del arte utilizados para resolver el problema del Despacho Económico Hidrotérmico de Corto Plazo con el fin de poder incluir estas nuevas restricciones y además poder resolver el problema en tiempos de cálculo que no superen algunos pocos minutos dado la necesidad de interactuar entre los distintos mercados. En este sentido este trabajo resume las ventajas e inconvenientes de los métodos más conocidos y aplicables a problemas reales como es el caso de los países latinoamericanos que a pesar de que en algunos casos no controlan grandes potencias, se caracterizan por su: Heterogeneidad de generación, redes extensas y débiles, fuertes y complejas restricciones, etc.

Keywords. Despacho Económico, Optimización, Flujo Optimo de Potencia.

1. Introducción

La evolución de los modelos utilizados para el Despacho Económico Hidrotérmico de Corto Plazo (DEHCP) ha sido muy significativa en los últimos 20 años, tanto desde el punto de vista matemático como informático. Sin embargo los nuevos requerimientos de los actuales mercados competitivos han planteado una mayor complejidad al problema que obliga a revisar y pensar en nuevas alternativas de solución.

El DEHCP es un problema que consiste en determinar el despacho de las unidades de generación (hidráulicas y térmicas) de un sistema interconectado de modo tal que se cumpla el objetivo de menor costo operativo incluyendo el déficit, respetando todas las restricciones técnicas y operativas de los generadores, de la red de transmisión, de la disponibilidad de recursos primarios, etc. En otras palabras el problema de DEHCP conceptualmente se puede resumir:

Minimizar: Costo Operativo Total + Compra Interconexión + Costo Déficit
Sujeto a restricciones de:

- Capacidad y dinámica de las unidades térmicas e hidráulicas.
- Seguridad de funcionamiento del sistema y al nivel de áreas.
- Calidad de servicio.
- Disponibilidad de recursos primarios.
- Red de transporte y parámetros de funcionamiento eléctrico.
- Individualidad de los componentes: Unidades de generación, detalles de los aprovechamientos hidroeléctricos y red de transmisión.
- Otras a nivel del sistema.

El costo operativo está referido a los costos de operación de las unidades térmicas dividido en: Costos de producción y costos de arranque. Los costos de producción consideran el consumo de combustible y otros gastos proporcionales a la potencia producida. Los costos de arranque son característicos y variables según un modelo particular para cada tipo de unidad y según el tiempo transcurrido desde su última parada.

La compra/venta a través de la interconexión a otros mercados generalmente se puede agrupar en 2 formas básicas: Contratos de compra/venta de Energía-Potencia de largo plazo y compra/venta de energía a precio spot. Los primeros son relativamente sencillos de tomar en consideración ya que se tienen esquemas de intercambio potencia-energía definidos con anticipación. Los segundos son más difíciles de considerar ya que el flujo de intercambio depende de los precio spot de ambos mercados que son desconocidos al momento de elaborar el despacho. Por esta razón es necesario un intercambio sincronizado de información entre ambos mercados con el fin de minimizar errores desde el punto de vista del óptimo en la programación del despacho.

En el ámbito de los mercados competitivos se exige adicionalmente se considere el costo de déficit, que representa el costo de no poder satisfacer una demanda dada. En otras palabras es el costo de la energía no suministrada (ENS) el cual debe evaluarse en tiempo y a nivel de cada barra del sistema.

El horizonte de tiempo que generalmente se considera es de un día (Despacho Diario) o una semana (Despacho Semanal), en ambos casos es usual dividirlo en subperiodos de 1 hora. En algunos casos particulares, incluso se consideran periodos de media hora para el despacho diario y de algunas horas para el caso del despacho semanal.

Los primeros pasos que se dieron para la resolución de este problema solo contemplaban unidades térmicas en barra única. Así fue como se pasó de utilizar listas basadas en Orden de Mérito (donde las unidades se despachaban siguiendo su orden de eficiencia) a procedimientos basados en Programación Dinámica. En este último caso los mayores esfuerzos estuvieron orientados a reducir el espacio de búsqueda dado los enormes tiempos de cálculo requerido incluso en el caso de pocas unidades térmicas. En ambos casos las centrales hidroeléctricas se pre-despachaban mediante técnicas heurísticas que permitían estimar su despacho óptimo.

Un gran impulso se produjo en los métodos de solución con la aplicación de la Relajación Lagrangeana al DEHCP. Al igual que en el caso anterior, los primeros intentos solo consideraban unidades térmicas (Guan, 1991). Pronto la metodología se amplió para considerar restricciones de las centrales hidroeléctricas (Yan, 1993). Su éxito estriba en que permite relajar las restricciones "duras".

Recientes trabajos muestran buenos resultados usando Descomposición de Benders (Alguacil, 2000; Kuan, 2001). Esto se debe a su capacidad para lograr la separabilidad de la función objetivo con la finalidad de resolver problemas más pequeños y específicos donde pueden utilizarse algoritmos especializados para cada problema.

Las restricciones de las centrales hidroeléctricas, en la mayoría de los casos, son modeladas linealmente y son fáciles de tomar en consideración, existen sin embargo importantes excepciones donde debe considerarse una modelación no lineal. Un caso particular es la consideración de los tiempos de retardo del agua de las centrales en cascada, estas restricciones son fácilmente manipulables con programación lineal, pero muy difíciles de considerar directamente en métodos basados en Programación Dinámica (Hobbs, 1988).

Las restricciones de capacidad mínima de las unidades de generación principalmente térmicas presentan discontinuidades de las funciones que convierten al problema de optimización en no-convexo limitando el uso de métodos de programación como es la lineal. Las restricciones de tiempos mínimos de operación y fuera de servicio como así también las de ramping de las unidades de generación también incorporan al problema la consideración de variables binarias (Wood, 1986). Estas consideraciones obligan a utilizar otros métodos de optimización como es el caso de la lineal entera o la binaria que presenta notables dificultades adicionales a la lineal tradicional para su implementación.

Considerar la red de transmisión requiere la inclusión de un conjunto muy grande de restricciones no lineales equivalente a las de un flujo de potencia óptimo. Este problema en si mismo es considerado como muy complejo (El-Hawary, 1996). Por este hecho la red es modelada con poco detalle o significativamente simplificada. Actualmente existen pocos trabajos que incluyan un modelo completo de la red de transmisión (Murillo-Sánchez, 1998; Kuan, 2001). En general se utilizan modelos DC dado su carácter de lineal en lugar de los modelos AC, no lineales.

Lo expuesto hace que actualmente no se aplique una única solución metodológica cerrada que resuelva íntegramente el problema de DEHCP. Por el contrario cada vez mas se hace necesario poder plantear metodologías que permitan partir el problema en subproblemas. Esto es posible gracias a las técnicas de descomposición que se muestran como muy prometedoras y que están siendo investigadas en la actualidad. Dichas técnicas tienen la finalidad de fragmentar el problema original y emplear algoritmos especializados, altamente desarrollados y confiables para resolver los subproblemas como lo son Programación Dinámica, Programación Lineal, Programación Entero – Mixta, Programación No Lineal con variables continuas, etc.

En la sección 2 de este trabajo se presenta la formulación general del problema a los efectos de explicitar el conjunto de variables y restricciones a considerar. La sección 3 contiene una descripción conceptual de los métodos más usados para resolver el DEHCP haciendo incapié en los métodos de descomposición por considerarlos como los más prometedores en esta area de investigación. En la sección 4 se presentan las principales conclusiones del presente trabajo y finalmente en la sección 5 se describe el trabajo futuro que los autores están interesados en resolver.

2. Formulación del Problema:

Matemáticamente el problema de Coordinación Hidrotérmica puede ser formulado como:

$$Min \sum^{T}\sum^{N} F(p_{t,n}) + \sum^{T}\sum^{N} Arrq(p_{t,n}) + \sum^{T} C_t + \sum^{T}\sum^{I} Rac_{t,i} \tag{2.1}$$

Sujeto a:

Restricciones de las unidades térmicas

- Potencias máximas y mínimas.

$$P_n \min \le p_n \le P_n \max \tag{2.2}$$

- Tiempos mínimos de operación

$$\sum_{t=ON}^{t=OFF} t_n \geq Ton_n \min \quad (2.3)$$

- Tiempos mínimos de fuera de servicio, ramping, etc.

$$\sum_{t=OFF}^{t=ON} t_n \geq Toff_n \min \quad (2.4)$$

- Ramping.

$$Abs\left(p_{t-1,n} - p_{t,n}\right) \leq \Delta P \max_n \quad (2.5)$$

Restricciones de las interconexiones internacionales

- Flujo de potencia constante en un periodo determinado.

$$flujo_t = \text{Intercambio Prefijado} \quad (2.6)$$

- Cantidad de Energía contratada.

$$\sum t * flujo_t = \text{Energía contratada} \quad (2.7)$$

Restricciones de las unidades hidroeléctricas

- Potencias máximas y mínimas.

$$P_h \min \leq p_h \leq P_h \max \quad (2.8)$$

- Conversión Energética del agua

$$p_{t,h} = q_t turbinado * K_h conversión \quad (2.9)$$

Restricciones de embalses

- Volúmenes máximos, mínimos de embalses.

$$V \min \leq Vol_t \leq V \max \quad (2.10)$$

- Capacidad de conducción de canales

$$Q \min \leq q_t \leq Q \max \quad (2.11)$$

- Balance Hídrico de los Embalses (Ecuaciones continuidad)

$$v_{t+1} = v_t - q_t turbinado * t - q_t vertido + q_t ingreso \quad (2.12)$$

- Topología de embalses en cascada.
- Tiempo de retardo del agua

Restricciones de parámetros eléctricos

- Capacidad de las líneas de transmisión, transformadores.

$$-Flujo_l \max \leq flujo(\Theta, v)_{l,t} \leq Flujo_l \max \quad (2.13)$$

- Niveles requeridos de tensión.

$$v \min \leq v_{t,i} \leq v \max \quad (2.14)$$

Restricciones de recursos primarios.

- Recurso hídrico, por ejemplo caudal mínimo por riego, navegación etc.

$$q_t \geq Q \min \quad (2.15)$$

- Disponibilidad de combustibles.

$$\sum^{T} t * Consumo_t \leq \text{Cantidad Disponible} \quad (2.16)$$

Restricciones de contractuales.

- PPA: Acuerdo de compra de la potencia.
- Take or Pay. Pague, utilice o no la energía.

$$\sum^{T} t * p_{t,n} \geq \text{Energía Calórica comprada diaria} \quad (2.17)$$

Restricciones por mantenimiento de los componentes del sistema.

Restricciones del Sistema

- Balance de potencia por barra y por periodo (flujo de potencia).

$$\sum flujos(\Theta,v)_i + p_n + p_h + p_{racionamiento} = Demanda_i + Pérdidas(\Theta,v)_i \tag{2.18}$$

- Reserva rotante requerida.

$$\sum^{H}(P_h \max - p_{t,h}) + \sum^{N}(P_n \max - p_{t,n}) \geq \mathrm{Re}\, s.\ \text{Requerida} \tag{2.19}$$

t∈ T : Periodo total de tiempo considerado
n∈ N : Número de unidades térmicas
h∈ H : Número de Líneas del Sistema
i∈ I : Número de Barras del Sistema
l∈ L : Número de Líneas del Sistema
Θ : Angulo de la tensión en las barras

El primer término de la sumatoria de la función objetivo representa el costo de operación de las unidades térmicas (N) a través del periodo de tiempo considerado (T). El segundo término representa el costo total de los arranques efectuados. El tercer término representa el costo total asociado a las interconexiones internacionales (ya sea positivo o negativo). El cuarto término proporciona el costo de racionamiento en las barras (I) del sistema que pudiera aparecer en el tiempo considerado (T).

Como puede observarse, el problema de optimización es sumamente complejo ya que: La función objetivo es no lineal, existen restricciones lineales y no-lineales, variables continuas y discontinuas, para sistemas reales el problema es de una muy grande dimensión (por la cantidad de variables que resultan necesaria). De allí que se hace necesario ser sumamente cuidadoso al elegir la modelación más adecuada y el o los métodos de optimización a utilizar.

3. Métodos de Optimización Utilizados

La solución de la DEHCP ha sido abordado con diferentes métodos de optimización, entre los que se pueden mencionar: Programación dinámica, programación lineal, programación entera mixta, relajación Lagrangeana, descomposición de Benders o una combinación de ellas. Metodologías emergentes como algoritmos genéticos, redes neuronales, fuzzy logic, etc. no serán comentadas aquí ya que actualmente están en fase de investigación y generalmente aplicados a ejemplos académicos.

Programación dinámica.

Fue la primera en ser utilizada para intentar resolver este tipo de problemas, tiene la ventaja de poder modelar funciones objetivos y restricciones muy complejas y adicionalmente es fácil de entender e implementar como así también de integrarlo y combinarlo con otros métodos de optimización.

El método de programación dinámica es un método de búsqueda del óptimo global basado en el principio de Bellman y permite modelar todo tipo de problemas, lineales y no lineales, discretos o continuos, convexos o no convexos, funciones analíticas y no analíticas, consideración de criterios heurísticos, restricciones integrales, etc. Sin embargo presenta dos dificultades destacables: La primera, la dimensión del problema no puede ser muy grande (por ejemplo mas de dos o tres embalses) y por lo tanto considerada directamente y la segunda las restricciones asociadas con decisiones futuras (por ejemplo el tiempo mínimo de permanencia en servicio de unidades de generación térmica) no pueden ser modeladas directamente. Esta última característica viola la separabilidad de la función objetivo.

Las características básicas que distinguen a los problemas de programación dinámica son (Hillier, 1997):

a. El problema puede dividirse en etapas que requieren una política de decisión para cada una de ellas.
b. Cada etapa tiene cierto número de estados asociados con su inicio.
c. El efecto de la política de decisión en cada etapa es transformar el estado actual en un estado asociado con el inicio de la siguiente etapa.
d. El procedimiento de solución está diseñado para encontrar una política óptima para el problema completo.
e. Dado el estado actual, una política óptima para las etapas restantes es independiente de la política adoptada en etapas anteriores. Por lo tanto la decisión inmediata óptima depende solo del estado actual y no de cómo llegó ahí. Este es el principio de optimalidad de Bellman que garantiza que el óptimo encontrado es el global.
f. El procedimiento de solución se inicia al encontrar la política óptima para la última etapa. Es decir, encontrado el costo mínimo en la etapa final, se recorre en sentido inverso las etapas para obtener el camino que condujo al costo mínimo.

La aplicación de la Programación Dinámica al DEHCP se realiza de la siguiente manera:

a. Se divide el horizonte de tiempo considerado en “n” subperiodos (etapas), generalmente de 1 hora.
b. La variable que se usa para enumerar los posibles estados del sistema (variable de estado) es el volumen de agua almacenado en los embalses. Indirectamente se representa la cantidad de agua que es necesario erogar (turbinar) al cambiar de un estado a otro.

c. El costo de cada estado esta asociado al déficit energético que sería necesario recurrir al parque térmico debido a la decisión de erogar una determinada cantidad de agua para dejar al embalse en el nivel previsto al cambiar de un periodo a otro.
d. Adicionalmente se incluye el costo de arranque de las unidades térmicas que entran en servicio debido al cambio de periodo y estado.
e. En cada transición de etapa a etapa es necesario controlar que no se violen las restricciones impuestas (tiempos mínimos de operación, flujos máximos, etc.). De ocurrir esto, generalmente se le asigna un costo muy alto a esta transición de manera tal que la ruta queda descartada.

Solución de la multidimensionalidad del problema: Cuando hay varios embalses independientes se recurre a un proceso iterativo el cual consiste en dejar fijo los volúmenes los n-1 embalses y optimizar el embalse actual, una vez optimizado este, se lo deja prefijado y se procede a optimizar el siguiente embalse. Una vez que se concluye con el proceso hasta alcanzar el último embalse, recién se habrá completado una iteración. Luego, se continua iterando hasta que se logre la convergencia prefijada basada en el costo total de operación más déficit (Wood, 1986). Tal es el caso de los modelos desarrollados en el IEE en el cual el proceso de programación dinámica es utilizado exclusivamente para determinar el despacho de las centrales hidroeléctricas. Para cada uno de los "n" embalses de cada iteración y para cada una de las variables de decisión se evalúa sus implicancias económicas a través de un modelo subordinado de optimización del parque térmico y de la red de transporte basado en programación lineal. Este modelo se ejecuta tantas veces como evaluaciones discretas de la variable sean necesarias. Finalmente el problema del predespacho térmico es resuelto utilizando el método de Descomposición de Benders (IEE, 2003).

Como desventaja se puede mencionar que cuando el espacio de estados de búsqueda crece (en función de la dimensión del problema y su discretización) los tiempos de cálculo a valores muy altos aun para las computadoras actuales. Adicionalmente no pueden modelarse satisfactoriamente restricciones en las que las variables dependen de valores futuros como son los tiempos mínimos de operación de las unidades térmicas, tiempos de retardos de agua, etc. Para solucionar parcialmente esta limitación se utilizan procesos iterativos respecto de estas variables, aumentando aun más los tiempos de cálculo.

Actualmente, este método es poco usado para modelar sistemas reales requiriéndose importantes simplificaciones para reducir la carga computacional y hacer el problema manejable (Hobbs, 1988).

Programación Lineal.

Es un método analítico, cerrado, muy conocido, muy fácil de modelar y su solución esta ampliamente probada. Existen algoritmos muy rápidos que permiten manejar miles de variables en tiempos de cálculo reducidos por lo que es ampliamente usada como técnica de optimización. Adicionalmente permite incorporar restricciones tales como los tiempos de retardo de agua en centrales en cascada fácilmente, tiempos mínimos de operación de una unidad. La elaboración del modelo es relativamente sencilla, especialmente si se usa algún macro - lenguaje de modelamiento (GAMS modeling language) y solvers comerciales (Cplex; Murtgh, 1995) teniendo como ventaja adicional que los resultados son altamente confiables.

Los dos inconvenientes principales que presenta son: Primero que no todos los problemas pueden ser modelados en forma lineal y continua y segundo que requiere que el conjunto de búsqueda sea convexo (unidades con potencia cero o con potencia mínima) por lo que se requiere realizar grandes simplificaciones al problema no aceptables. Por este motivo solo es usado en situaciones donde estas simplificaciones influyen levemente como es el caso del planeamiento de largo plazo de sistemas predominantemente hidráulicos.

Programación Entero – Mixto (MIP).

Fue reconocida casi de inmediato como una herramienta de gran potencial cuando apareció en los 50's y 60's. Mientras el modelamiento es robusto, los algoritmos y la potencia de computo para resolver dichos modelos no lo eran. La situación actual esta cambiando rápidamente, ahora es posible resolver muchos modelos entero – mixtos de cierta complejidad, difíciles y prácticos usando algoritmos adecuados (Bixby). Una modelación Entero - Mixto (Chang, 2001) puede resolver satisfactoriamente un sistema real considerando la red de transmisión (Sifuentes, 2001) (modelada en DC sin pérdidas) con muy pocas barras en tiempos razonables (del orden de minutos). Por ello su alcance esta limitado para este tipo de problemas sirviendo para construir rápidamente prototipos para contrastar resultados de modelos más sofisticados que toman mucho tiempo de elaboración.

La parte fundamental en la modelación del problema esta en el uso de variables binarias (0-1) para modelar correctamente las restricciones de potencias mínimas y los tiempos mínimos de operación de las unidades térmicas:

$$U*Pmin <= p <= U*Pmax$$

De esta manera al determinarse U (0-1) el valor de la potencia puede ser cero (U=0) o algún valor entre su potencia mínima o máxima (U=1). Adicionalmente se tiene la ventaja de poder incluir los costos fijos y los costos de arranque de las unidades térmicas en la función objetivo (F.O.), por ejemplo, supongamos una función lineal de costo de producción de una unidad térmica:

$$Costo = A + B*p$$

Donde: "p" es el nivel de potencia despachado.

Como puede observarse, la constante A debe aparecer en la F.O. solo si la unidad es despachada, incógnita que no se conoce de antemano, por lo tanto la función costo de cada unidad térmica puede ser modelada de la siguiente forma:

Costo = A*U+B*p
Donde: A y B son constantes características de cada unidad térmica
U, p variables a determinar.

El uso de variables enteras, en este caso binarias, impone una alta carga computacional lo que limita el número de variables binarias a usar.

Relajación Lagrangeana.

Descompone el problema de la DEHCP en subproblemas que son más pequeños dimensionalmente y fáciles de resolver que el problema original.

El problema debe tener la siguiente estructura (Yong-Huasong, 1999):

Minimizar	F(x)
Sujeto a:	A(x) = 0;
	B(x) <=0;
	C(x) = 0;
	D(x)<= 0;

Las restricciones C(x) (ecuación 2.18) y D(x) (ecuación 2.19) son restricciones del sistema (llamadas "de complicación"). De no existir estas restricciones, la función objetivo, las restricciones A(x) y B(x) podrían ser descompuestas. Esto de debe al hecho de no tener las variables un vínculo entre ellas. Por ejemplo, las restricciones A y B pueden representar las restricciones individuales de las unidades de generación (estas restricciones no influyen en las otras). Claramente las restricciones C(x) y D(x) relacionan las variables de potencia y complican el problema.

El desacoplamiento se logra de la siguiente manera:

Defínase el Lagrangeano como: $L(x,\lambda,\mu) = F(x) + \lambda^t * C(x) + \mu^t * D(x)$

Donde λ y μ son vectores asociados a los multiplicadores de Lagrange

Bajo la suposición de convexidad local (Bazaraa, 1993), la función Dual (FD) es definida como:

$$\Phi(\lambda,\mu) = mínimo_x \quad L(x,\lambda,\mu)$$

Sujeto a: A(x) =0
B(x)<=0

El problema dual (PD) es definido como

$$Maximizar_{\lambda,\mu} \quad \Phi(\lambda,\mu)$$

Sujeto a: $\mu \geq 0$

El PD trata de maximizar el Lagrangeano con respecto a los multiplicadores mientras que minimiza la función con respecto a las otras variables, en otras palabras, el PD tiene la siguiente forma:

$$PD = max_{\lambda,\mu} \ \{min_x \ L(x,\lambda,\mu)\}$$

Este problema es resuelto en 2 etapas, **primero** se asignan valores iniciales a los multiplicadores, con estos fijos, se determina los valores de "x" que minimizan el Lagrangeano, **segundo** se actualizan los multiplicadores generalmente con el método del subgradiente.

Para clarificar más el método, se expone brevemente su uso considerando unidades térmicas únicamente y un solo tipo de restricción de complicación (balance de potencia por subperiodo).

La función dual tiene la siguiente forma: Min. $\sum_{t=1}^{T}\left(\sum_{i=1}^{N} f(p_{i,t}) - \lambda_t^T * (\sum_{i=1}^{N} p_{i,t} - D_t)\right)$

Donde el primer término representa la sumatoria de todos los costos de las unidades térmicas y el segundo la restricción de balance de potencia por subperiodo.

Esta ecuación esta sujeta a las demás restricciones que no fueron incorporadas al Lagrangeano. Manteniendo λ constante la ecuación anterior se transforma en:

$$Min \quad \sum_{t=1}^{T}\left(\sum_{i=1}^{N} f(p_{i,t}) - \widetilde{\lambda_t^T} * \sum_{i=1}^{N} p_{i,t} + \widetilde{\lambda_t^T} * D_t\right)$$

El último término de la sumatoria es una constante por lo tanto puede ser eliminada de la función a minimizar. Adicionalmente, esta ecuación es separable por lo que se la puede agrupar de la siguiente forma:

$$Min \quad \sum_{i=1}^{N}\left(\sum_{t=1}^{T}\left(f(p_{i,t}) - \widetilde{\lambda_t^T} * p_{i,t}\right)\right)$$

Esta función puede separarse en N subproblemas de minimización (uno por cada unidad térmica) y sujeto únicamente a sus restricciones individuales.

Para resolver el Problema Dual (maximizar la función dual en función de λ), el multiplicador se puede actualizar por ejemplo por el método del subgradiente o algún otro método (Redondo, 1999).

$$\lambda_t^{i+1} = \max(0, \lambda_t^i + \alpha^i * g_\lambda(t))$$

Donde: α es una constante de valor pequeño, generalmente entre 0.2 y 0.01

$$g_\lambda(t) = \sum_{i=1}^{N} p_{i,t} - D_t$$

En otras palabras λ se va ajustando tratando de reducir el error del balance de potencia. Para evitar oscilaciones grandes en el proceso de convergencia es necesario seleccionar cuidadosamente α.

Una vez que el criterio de convergencia ha sido alcanzado, es necesario realizar ligeros ajustes a la solución encontrada, ya que la solución del problema dual no necesariamente satisface el problema primal [18].

Incorporar restricciones como la red de transmisión hace que la Relajación Lagrangeana se torne sumamente difícil de usar, ya que el problema no es fácil de descomponer, al respecto hay pocas publicaciones en este sentido (Zhuang, 1988; Batut; 1992; Baldick, 1995; Murillo-Sánchez, 1998).

Descomposición Generalizada de Benders (Geoffrion, 1972).

Permite un adecuado manejo del problema del DEHCP ya que posibilita separar el problema de la referencia en sus variables discretas, que son manipuladas en el Problema Maestro y sus variables continuas las cuales sirven para formular los Subproblemas. La ventaja de esta técnica es que existen varias formas de descomponer el problema.

La estructura del problema de optimización a resolver usando la Descomposición de Benders es la siguiente:

$$\begin{array}{ll} Minimizar_{x,y} & z=f_1(x)+f_2(y) \\ Sujeto\ \ a: & A(x) \geq b \\ & E(x)+F(y) \geq h \end{array}$$

Esta formulación es resuelta como sigue:

a. En el problema maestro, las variables “x” son calculadas como sigue:

$$\begin{array}{ll} Minimizar_x & f_1(x)+\alpha \\ Sujeto\ \ a: & A(x) \geq b \\ & \alpha \geq w(x) \end{array} \qquad \text{donde :} \quad \alpha(x) = \begin{cases} Minimizar & f_2(y) \\ Sujeto\ \ a: & F(y) \geq h - E(x) \end{cases}$$

donde w(x) es el corte que suministra información de la factibilidad de las variables “x”

b. α se podría reconstruir evaluando todos los posibles valores de “x” y resolviendo α (x), pero esto es justamente lo que se trata de evitar. Por otro lado se sabe que una función convexa se puede aproximar alrededor del punto x = $\tilde{x}$ como : $w(x) = f(\tilde{x}) + f'(\tilde{x}) * (x-\tilde{x})$.

c. De esta manera: $w(x) = \alpha(\tilde{x}) + \alpha'(\tilde{x}) * (x-\tilde{x})$ donde $\alpha'(\tilde{x})$ es el valor dual de la variable x por ser la variación del costo con respecto a x.

d. Si el conjunto de variables x se fijan x = $\tilde{x}$, el subproblema es formulado como:

Minimizar $\tilde{\alpha} = f_2(y)$

Sujeto a: $F(y) \geq h - E(\tilde{x})$

e. Los cortes de Benders se construyen como sigue:

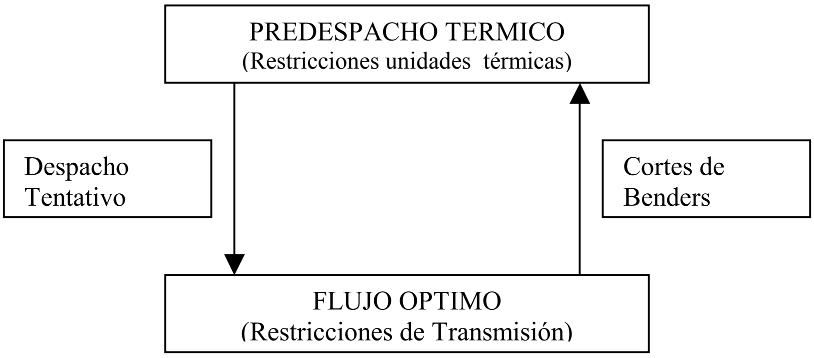
$w(x) = \tilde{\alpha} + \lambda^*(x-\tilde{x})$

Donde: $\tilde{\alpha}$ es el valor óptimo obtenido en el paso 4

λ es el valor dual de la variable x al fijar x = $\tilde{x}$ en el paso 4.

En otras palabras, los cortes de Benders es una aproximación lineal del subproblema alrededor del punto x = $\tilde{x}$ hallado en el problema Maestro por lo que es necesario resolver sucesivamente el Problema Maestro (que acumula los cortes de Benders) y el subproblema hasta lograr cumplir el criterio de convergencia impuesto.

En el caso del DEHCP, Kuan (2001), solo considera unidades térmicas y las variables de complicación son los estados de las mismas (en servicio / fuera de servicio). El problema maestro minimiza los costos de arranque mediante Programación Entero Mixta No Lineal y el subproblema minimiza los costos variables mediante un flujo de potencia óptimo completo (AC) para todos los subperiodos considerados. Esto se debe a que una vez determinado que unidades deben entrar en operación, el problema se vuelve aditivo y separable para cada subperiodo. La siguiente estructura ilustra el proceso.



Alguacil (2000) considera un conjunto hidrotérmico con la red de transmisión modelada mediante flujo DC y pérdidas no lineales. El problema maestro minimiza los costos fijos y el arranque de las unidades térmicas mediante Programación Entera Mixta. Una vez determinado que unidades térmicas deben entrar en operación, mediante Programación no Lineal se resuelve el subproblema que contiene las restricciones de las centrales hidráulicas y la red de transmisión. En este caso nuevamente las variables de complicación son los estados de operación de las unidades térmicas.

Por último el IEE (2003) resuelve el DEHCP separando la parte hidráulica y térmica. La primera se resuelve usando Programación Dinámica y una aproximación lineal de las unidades térmicas. Con la generación hidráulica obtenida, se resuelve el predespacho térmico mediante descomposición de Benders. En este modelo se tiene en cuente la red de transmisión modelada mediante flujo DC. El resultado del predespacho térmico sirve para realimentar la parte hidráulica y refinar la solución óptima.

Como se puede observar, la descomposición permite resolver flujos óptimos de potencia con algoritmos ampliamente probados. En este punto se puede modelar restricciones tales como interconexiones internacionales debido a que pueden ser acomodadas como restricciones adicionales de flujo de potencia, con función de costos discretos según los escalones de potencia.

4. Conclusiones.

El desarrollo de métodos y algoritmos de optimización para el DEHCP distingue tres épocas. La primera (entre 1950 – 1975) donde solo se podía optimizar unas pocas unidades térmicas considerando en forma muy aproximada las pérdidas en la red, utilizando alguno de los métodos de programación matemática básica conocida. La segunda, entre 1975 y 1995, gracias al aumento de la potencia de cálculo de las computadoras, permitió hacer extensivo el uso de los métodos de optimización básicos al problema hidrotérmico sin avanzar significativamente en la consideración de la red de transporte eléctrica. La tercera, a partir aproximadamente de 1995, se utilizan metodologías combinadas de optimización basados en la descomposición del problema considerando con mayor detalle la red de transporte. El método con mayor potencialidad en este sentido es el de Descomposición de Benders. Sin embargo en la actualidad a pesar de los potentes computadores de amplia disponibilidad y del avance tecnológico, la aplicación de los métodos de optimización y sus combinaciones aun son insuficientes para dar respuesta a las actuales exigencias del DEHCP.

5. Trabajos futuros.

El actual trabajo muestra el avance con relación al estado del arte de los métodos de optimización aplicados al DEHCP que pueden aplicarse hoy día a la solución real de los problemas en el ámbito latinoamericano. En ese sentido se continuará en la formulación y solución concreta del problema general planteado sobre la base de una metodología basada en el Método de los Corte de Benders. Se puntualiza los sistemas latinoamericanos, dado que a pesar de que no son muy grandes en relación a la potencia que controlan si son muy complejos desde el punto de vista de la dimensión, la cantidad de restricciones impuestas y la necesidad de mantener la individualidad de los componentes de generación y red de transporte.

6. Referencias.

Alguacil, N.; Conejo, A.J.; Multiperiod optimal power flow using Benders decomposition. Power Systems, IEEE Transactions on , Volume: 15 Issue: 1 , Feb 2000. Page(s): 196 –201.

Baldick, R.; The generalized unit commitment problem. Power Systems, IEEE Transactions on , Volume: 10 Issue: 1 , Feb 1995. Page(s): 465 –475.

Batut J., Renaud A., Daily generation scheduling optimization with transmission constraints: a new class of algorithms. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems 7 (3) (1992) 982 / 989.

M.S. Bazaraa, C.M. Shetty, Nonlinear Programming—Theory and Algorithms, second edition Wiley, New York, 1993.

Robert E. Bixby, Mary Fenelon, Zonghao Gu, Ed Rothberg, Roland Wunderling; MIP: Theory and Practice - Closing the Gap, ILOG CPLEX Division paper.

Chang, G.W.; Aganagic, M.; Waight, J.G.; Medina, J.; Burton, T.; Reeves, S.; Christoforidis, M.; Experiences with mixed integer linear programming based approaches on short-term hydro scheduling. Power Systems, IEEE Transactions on , Volume: 16 Issue: 4 , Nov 2001. Page(s): 743 –749.

Cplex Large-scale linear solver callable library: ILOG Inc. Web: http://www.ilog.com/products/cplex/.

M.E. El-Hawary; Optimal Power Flow: Solution Techniques, Requirements, and Challenges. IEEE Tutorial Course, 1996.

GAMS Modeling Language: GAMS Development Corporation. Web: http://www.gams.com

A. M. Geoffrion; Generalized Benders' Decomposition. Journal of Optimization Theory and Applications. Vol. 10, 1972. Page(s): 237 –260.

Xiaohong Guan; Lou Houzhong Yan; John A. Amalfi; Short-Term Scheduling of Thermal Power Systems. Proceedings of seventeenth PICA Conference, Baltimore, MD May 1991. Page(s): 120 – 126.

Frederick S. Hillier, Gerald J. Lieberman; Introduction to Operations Research, sixth edition. McGraw-Hill, inc., U.S.A., 1997.

Walter J. Hobbs; Gary Hermon Stephen Warner; Gerald B. Sheblé; An enhanced dynamic programming approach for unit commitment. IEEE Transactions on Power Systems, Volume: 3 Issue: 3 , Nov 1988, Page(s): 1201 – 1205.

IEE Informe Técnico de implementación del modelo Tulum en el CENACE, Quito, Ecuador. Mayo de 2003.

Kuan, E.; Año, O.; Vargas, A.; Unit commitment optimization considering the complete network modeling. Power Tech Proceedings, 2001 IEEE Porto , Volume: 3 , 2001. Page(s): 5 pp. vol.3.

Murillo-Sanchez, C.; Thomas, R.J.; Thermal unit commitment including optimal AC power flow constraints. System Sciences, 1998., Proceedings of the Thirty-First Hawaii International Conference on, Volume: 3 , 1998. Page(s): 81 -88 vol.3.

Bruce A. Murtgh and Michael A. Saunders. Minos 5.4 user's guide. Technical Report SOL 83-20R, Department of Operations Research, Stanford University, December 1983. Revised Jan 1987, Mar 1993, Feb 1995.

Redondo, N.J.; Conejo, A.J.; Short-term hydro-thermal coordination by Lagrangian relaxation: solution of the dual problem. Power Systems, IEEE Transactions on , Volume: 14 Issue: 1 , Feb 1999. Page(s): 89 –95.

Wilfredo Sifuentes, Severo Buenalaya, Modelo de Despacho de Corto Plazo Multiembalse Multinodal Usando Programación Lineal Entera – Mixta; Informe interno Comité de Operación Ecónomica del Sistema Interconectado Nacional COES-SEIN –Lima Perú. Junio 2001.

A.J. Wood, B.F. Wollenberg, Power Generation, Operation and Control, second edition Wiley, New York, 1986.

Houzhong Yan; Peter, B. Luh; Xiaohong Guan; Peter M. Rogan; Scheduling of Hydrothermal Power Systems. IEEE Transactions on Power Systems, Volume: 8 Issue: 3 , August 1993. Page(s): 1358 – 1365.

Yong-Huasong, Modern Optimization Techniques in Power Systems, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 1999.

Zhuang, F.; Galiana, F.D.; Towards a more rigorous and practical unit commitment by Lagrangian relaxation. Power Systems, IEEE Transactions on , Volume: 3 Issue: 2 , May 1988. Page(s): 763 –773.

7. Copyright Notice