

Isoperimetría

Octavio Alberto Agustín Aquino

13 de enero de 2009

Personajes

- Narrador.
- Elisa, princesa de Tiro y fundadora de Cartago.
- Cecilia, estudiante de secundaria.
- Alda, tía de Cecilia.
- Berna, tía de Cecilia.
- Justino, compadre de Ramón.
- Ramón, compadre de Justino.
- Matemático (o Matemática).
- Séquito de Elisa.
- Nativos *imazighen* (bereberes).

Primer acto

Llegan la princesa Elisa con su séquito a la costa del actual Túnez.

NARRADOR.- Elisa (también conocida como Dido), hija del rey de Tiro, es la heredera del reino de su padre Muto después de casarse. Ante las envidias de su hermano Pigmalión, que asesina a su marido, huye con algunos seguidores para fundar una nueva ciudad en las costas de lo que hoy es Túnez.

ELISA.- Yo creo que ya fue suficiente de estar navegando sin rumbo, ¿qué les parece si nos ocultamos un tiempo por aquí?

SÉQUITO.- ¡Sí, de acuerdo! ¡Un descansito! ¡Quedémonos acá! ¡Yo ya estoy bien mareado!

ELISA.- Por ahí veo a algunos naturales de esta región. Veamos si pueden cedernos un poco de terreno para refugiarnos por un tiempo.

SÉQUITO.- ¿Y cómo? Traemos muy poco dinero. ¿Se los quitamos por la fuerza? No traemos ni resorteras para “convencerlos”.

ELISA.- Claro que no... No de gratis venimos de una larga tradición de comerciantes. Les haré una propuesta que no podrán rechazar.

SÉQUITO.- Pues Ud. no está de mal ver, majestad, pero ¿no se le hace que son muchos para Ud. sola?

ELISA.- ¡No esa clase de propuesta, animal! Y ya cállense o los mando de regreso. En vez de perder el tiempo, búsquen una piel de buey que traemos en el barco. ¡Eh, ustedes! ¡Acérquense!

Elisa llama a los nativos con la mano y estos se aproximan.

NATIVOS.- ¿Quién es usted? ¿Qué quiere?

ELISA.- Mi nombre es Elisa. Soy princesa del reino de Tiro, y vengo huyendo de mi codicioso hermano, Pigmalión. Me gustaría que me vendieran un terreno, el que ustedes dispongan, para que pueda esconderme con mi séquito.

NATIVOS.- Uy, no señora. Esta tierra es nuestra y pues no podemos dejarla esconderse por aquí. Tampoco queremos problemas con su hermano, la verdad.

Elisa le pide a su séquito le acerque el cuero de buey.

ELISA.- Ya veo. Bueno, les pido que me regalen un cachito, nada más. Lo que pueda abarcar este cuero de buey, en donde yo diga ¿qué les parece?

Los nativos se reúnen para discutir la oferta.

NATIVO.- Esta mujer o es muy tonta o tiene un as bajo la manga. ¿Le cedemos la tierra?

NATIVO.- Pues es posible que haya algo chueco aquí aunque ¿cuánto puede abarcar la piel esa? Creo que nada más ella va a caber.

NATIVO.- Démosle lo que pide y que deje de molestar.

NATIVOS.- Pues sí, tienes razón, que tome el terreno que dice.

Los nativos se dirigen a Elisa.

NATIVOS.- Aceptamos su propuesta.

ELISA.- Entonces déjenme discutir el lugar exacto con mi séquito ¿les parece?

NATIVOS.- De acuerdo.

NARRADOR.- Así Elisa (o Dido) junta a sus seguidores y con su ayuda corta el cuero en finas fajas y las une para formar una larga tira, con la que planea rodear una porción de la costa. Si supusiéramos que la costa es una línea recta, ¿de qué modo debe colocar la tira para tranz... digo, tomar, la mayor cantidad de terreno?

Segundo acto

Cecilia está en su casa, jugando y haciendo pompas de jabón.

NARRADOR.- Ahora veamos a una jovencita en su casa, muy ocupada mientras resuelve su tarea de Matemática. En eso está muy entretenida cuando llegan sus tías Alda y Berna a ver qué tal va. Advertimos al espectador que cualquier parecido con la realidad es mera coincidencia. Los nombres han sido cambiados para proteger al culpable.

TÍA ALDA.- ¿Y ahora qué está haciendo la Cecis?

Cecilia está haciendo pompas de jabón y las observa con detenimiento mientras caen y revientan.

TÍA BERNA.- Como siempre, perdiendo el tiempo. Así como la ves está todo el día haciendo burbujas. No sé por qué le gustan tanto. Si no está con las burbujas, está hablando por teléfono. Si no, la ves jugando con el celular, mandando mensajitos. Y si no, entonces está “chateando” todo el día en la computadora.

TÍA ALDA.- ¿Y con quién pues?

La tía Berna mira al cielo, como obviando la respuesta.

TÍA BERNA.- En fin, hace de todo, menos lo que tiene que hacer. Lo que no se es de dónde sacó ese jabón para burbujas.

La tía Alda sacude las manos.

TÍA BERNA.- ¿Tú se lo compraste?

TÍA ALDA.- Sí... Íbamos por el Zócalo y me hizo sus ojos de perro afuera de carnicería para que se lo comprara. ¡Pero me dijo que era para su tarea!

TÍA BERNA.- ¿Su tarea? ¿A poco? A ver, Cecis, ven acá.

CECILIA.- ¿Qué?

TÍA BERNA.- ¿Cómo que “¿qué?”? Se dice “mande, tía”.

CECILIA.- Ah, perdón tía. Mande, tía.

TÍA BERNA.- Dice tu tía Alda que te compró esas burbujas para hacer tu tarea, ¿es cierto?

CECILIA.- Síii, tíita, de veras.

TÍA ALDA.- A mi no me ves la cara de tonta... dos veces. ¿De qué materia, a ver?

CECILIA.- De Matemática, tía.

TÍA BERNA.- ¿De Matemática? Ahora si te voy a castigar, niña mentirosa.

CECILIA.- No tía, de veras. Es que el maestro nos dejó un problema sobre las burbujas y todavía no lo puedo resolver.

TÍA ALDA.- ¿Y cuál es ese problema, según?

CECILIA.- El maestro dice que le digamos por qué las burbujas de jabón son esferas. Que por qué no tienen forma de cubos, cilindros u otra cosa...

NARRADOR.- Las tías se quedan pe...rplejas con la pregunta. Y nadie puede negar que es una muy buena pregunta. ¿Por qué son esféricas las pompas de jabón y no hexaedros o prismas pentagonales?

Tercer acto

Justino y Ramón están en las afueras de la casa del primero.

NARRADOR.- Justino es un hombre muy cuidadoso con sus gastos. En su rancho tiene muchos pollos, gallos y gallinas y quiere construirles un corral. Veamos qué razonamientos tiene Justino con su compadre Ramón.

JUSTINO.- Pues ¿cómo la ve, compadrito? Ya compré la tela de gallinero para el corral de mis animales, lo voy a hacer en forma de rectángulo.

RAMÓN.- ¿Y lo va a poner aquí en la parte baldía de su terreno, compa?

JUSTINO.- ¡Cómo cree, compadre! Se desperdicia la tela. Por eso voy a aprovechar una pared de mi casa para ahorrarme un lado, ¿qué le parece?

RAMÓN.- Pueees... bien, compadre, bien. Ah, qué compadre tan... codo ¿Y lo va a hacer cuadrado o de qué forma?

JUSTINO.- ¡Tampoco, compadre! Ya hice mis cuentas. Así como me ve ya eche mis cálculos y vi que así no me queda el corral que abarque lo más que se puede. Se me ocurrió otro rectángulo, pero todavía no encuentro el que más área encierra de todos. Por eso quería que viniera y me echara la mano con eso.

RAMÓN.- Uuh, no, compadre. Yo para eso de los números no soy nada bueno, así que si sabe contar, no cuente conmigo.

JUSTINO.- ¡No me diga eso, compadre! ¿Y no sabrá de alguien que me pueda ayudar con esto?

RAMÓN.- Pues mire, yo oí de alguien que se ocupa de estas cosas de sacarle el jugo a las situaciones más complicadas. Dizque es matemático, pero es malísimo como yo para las cuentas.

JUSTINO.- Uh, pues con esas recomendaciones ya me está desanimando.

RAMÓN.- Bueno, bueno, pero este amigo es bueno con la calculadora y la computadora y asuntos estos de mejorar las cosas, estoy seguro lo saca de dudas.

JUSTINO.- Pues vamos a verlo, total, creo que nada se pierde. Pero ya ve que el tiempo es oro y pa' luego es tarde.

RAMÓN.- Vamos pues.

NARRADOR.- Los compadres van, así, en busca de este singular personaje que puede sacarlos de dudas. Pero encontrarán que no son sus únicos clientes.

Cuarto acto

La princesa Elisa, Cecilia y sus tías Alda y Berna están en la oficina del matemático. Llegan Justino y su compadre Ramón y hacen fila.

MATEMÁTICO.- Entonces, princesa, como ve Ud., de todas las figuras con un perímetro dado, el círculo es el que mayor área abarca. Esto es importante, porque en su problema el perímetro está fijo dado que Ud. ya tiene cortada la tira de piel de buey.

ELISA.- Sí, eso ya lo entendí, pero, ¿cómo me ayuda eso con mi predicamento?

MATEMÁTICO.- Imagine que se refleja en el mar todo lo que hace en la costa. Entonces, si Ud. forma un semicírculo con la tira de piel de buey, ¿qué figura se forma junto con el reflejo? (*Hace un diagrama en su pizarrón*).

ELISA.- Un círculo.

MATEMÁTICO.- Entonces, si Ud. dispusiera la tira de otra forma, ¿abarcaría más área?

ELISA.- No, por que entonces encontraría otra figura diferente del círculo con el mismo perímetro que determina la tira y su reflejo, pero de mayor área. ¡Ah, ya entendí!

MATEMÁTICO.- Muy bien, princesa. Es Ud. muy sagaz, como cabría esperarse de una descendiente de una larga tradición de comerciantes. Le deseo que ahora le vaya bien con los nativos bereberes.

ELISA.- Claro que sí, mi amigo. Le quedo eternamente agradecida.

La princesa Elisa se retira.

MATEMÁTICO.- No hay de qué. Hasta pronto. ¿Quién sigue? ¿Cecilia y sus tías?

CECILIA Y SUS TÍAS.- Buenas tardes.

MATEMÁTICO.- Buenas tardes. Muy bien. ¿Qué problema me vienen a tratar?

TÍA ALDA.- Es que mi sobrina Cecilia tiene una pregunta y nosotros no hallamos como responderla y es para su tarea.

CECILIA.- (*interrumpiendo*) ¿Por qué las burbujas de jabón son esféricas?

MATEMÁTICO.- Bueno Cecilia, resulta que a la película de jabón le gusta adoptar una forma de tal modo que use la menor cantidad de energía posible para mantenerla. Es decir, así se “cansa” lo menos posible al estar así.

TÍA ALDA.- ¡Cómo mi sobrina!

MATEMÁTICO.- Podría decirse. Y resulta que esa forma que toma es aquella de modo que, con la misma cantidad de jabón, abarque la mayor cantidad de volumen.

CECILIA.- ¿Y esa forma es la esfera?

MATEMÁTICO.- Precisamente. No es fácil de demostrar rigurosamente, pero les puedo dar un ejemplo: una esfera tiene un volumen un poco mayor al 38 % que un cubo con la misma área superficial.

CECILIA Y SUS TÍAS. ¡Ohhhhh!

CECILIA.- ¿Y está seguro de que no hay otra forma que ocupe la misma cantidad de jabón y ocupe más volumen?

MATEMÁTICO.- Muy seguro. Pero te tomaría un curso de un año para entenderlo, ¿te animas?

CECILIA.- No, no, así ya está bien. ¿Ya nos vamos tías?

TÍA BERNA.- Sí, Cecis. Muchas gracias, señor. ¿Cuánto le debemos?

MATEMÁTICO.- Nada, muchas gracias. Bueno, aceptaría el jabón para hacer burbujas. Lo necesito para hallar otras superficies mínimas.

TÍA ALDA.- ¡Perfecto! Dale las burbujas, Cecis. Ándale.

Cecilia, con renuencia, deja las burbujas sobre el escritorio del matemático.

TÍA BERNA.- Nuevamente, muchas gracias. Hasta pronto.

Cecilia y sus tías se van.

MATEMÁTICO.- Hasta luego. ¿Siguiente?

JUSTINO.- Buenas tardes, señor matemático.

MATEMÁTICO.- Buenas tardes. Dígame, ¿en qué puedo ayudarle?

JUSTINO.- Verá, mi nombre es Justino, y vine aquí con mi compadre Ramón porque queremos que nos ayude a encontrar la forma que debe tener un corral rectangular para que abarque la mayor área posible.

MATEMÁTICO.- Supongo que ya tiene el material con el que lo va a delimitar, y por eso dice que el perímetro ya está dado.

JUSTINO.- Así es.

MATEMÁTICO.- Pues es muy sencillo. Su rectángulo debe ser un cuadrado. Entre todos los rectángulos con el mismo perímetro, el cuadrado es el que tiene la mayor área posible.

RAMÓN.- No, mi amigo, por que dice que quiere aprovechar una de las paredes de su casa para delimitar el corral.

MATEMÁTICO.- Ah... Mmmm... (*piensa un rato*) entonces imagine que la pared es un espejo y refleja el corral (*dibuja la pared, el corral y su reflejo en su pizarrón*). Sin importar cómo se refleje, el perímetro del corral real más el reflejado siempre suman lo mismo porque una mitad ya está determinada de

antemano. Entonces ¿qué forma cree que deba tener el corral junto con el reflejo para que abarque la mayor área posible?

JUSTINO.- ¿Un cuadrado?

MATEMÁTICO.- ¡Exacto! Entonces, ¿qué forma debe tener el corral que desean?

RAMÓN.- ¡La mitad de un cuadrado! O sea que su corral debe ser el doble de largo que ancho, con la pared delimitando uno de los lados largos (*dibuja la forma del corral en el pizarrón*).

JUSTINO.- Oiga compadre, yo no entendí muy bien. A ver, explíqueme, ¿por qué medio cuadrado?

RAMÓN.- Sí, compadre, mire: si hubiera otro corral con mayor área, junto con su reflejo tendría un rectángulo con mayor área y no sería cuadrado. Y pues el señor matemático dice que no se puede.

JUSTINO.- Ahhh... Pero bueno, a todo esto, ¿por qué el cuadrado es el rectángulo con perímetro dado de mayor área? Ya me confundieron Ud. y el señor y ya no quedé tan convencido.

MATEMÁTICO.- Mire: suponga que el perímetro es P (el número que Ud. quiera). Sea a la cuarta parte de P , o sea $a = P/4$ (*escribe en el pizarrón*). Si tiene un rectángulo cuyo perímetro es P , entonces un lado mide $a - b$ y el otro $a + b$ (*hace un dibujo explicativo en un pizarrón*), porque por un lado es más chaparro y por el otro está más gordo que un cuadrado de lado a , cuyo perímetro también es P . ¿Cuál es el área del rectángulo?

RAMÓN.- Base por altura... Sería $(a + b)(a - b)$.

MATEMÁTICO.- Muy bien. Eso es igual a $a^2 - b^2$, pues es el famoso producto notable de la diferencia de cuadrados. Como ven, b^2 es un número que no puede ser negativo, y le quita siempre un tanto de área al rectángulo a menos que...

JUSTINO.- ¡Sea nada! O sea, cero.

MATEMÁTICO.- ¡Excelente! ¿Y qué forma tiene el rectángulo cuando $b = 0$?

JUSTINO.- Pues entonces todos sus lados son iguales, porque ni es más chaparro ni es más gordo que un cuadrado. ¡Ah, pos es un cuadrado!

MATEMÁTICO.- Ni más ni menos. Espero haya quedado convencido.

JUSTINO.- Claro que sí, mi amigo. Muchas gracias. ¿Cuánto le debo?

NARRADOR.- Para el desconsuelo de los nativos bereberes, la reina Elisa (o Dido) pudo abarcar suficiente terreno para fundar una ciudad llamada primero Byrsa y después Cartago, que llegó a ser una de las más poderosas de la Antigüedad. Si Elisa aplicó la solución semicircular a su problema o no, no se conservó en la leyenda.

Cecilia siguió jugando con burbujas, pero se quedó con la duda de qué son las superficies mínimas y qué tienen que ver con las películas de jabón. No lo averiguó hasta que se tituló en Matemática Aplicada, algunos años después. Sus tías nunca más se quejaron de que no hiciera la tarea.

No diremos cuanto le cobró el matemático a Justino. Baste saber que fue una considerable cantidad, que Justino regateó sin éxito y que al final le pidió prestado a su compadre para acompletar. Hasta el día de hoy todavía no le paga Ramón... Y ese es un problema que la Matemática difícilmente podrá resolver.