

# ÁRBOLES EQUILIBRADOS 2002

GRUPO # 22

Alumnos:

Aguilar Elba

Barrios Miguel

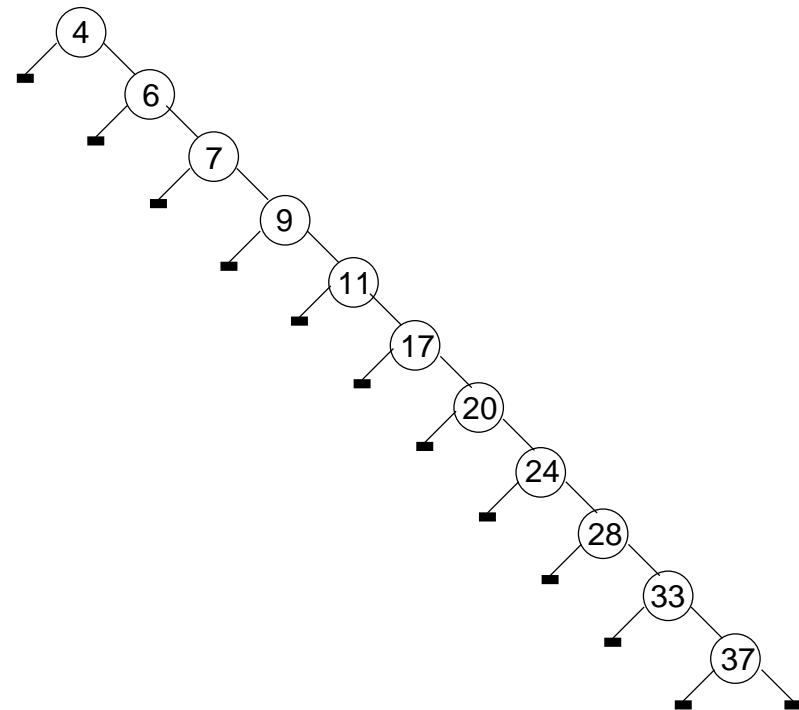
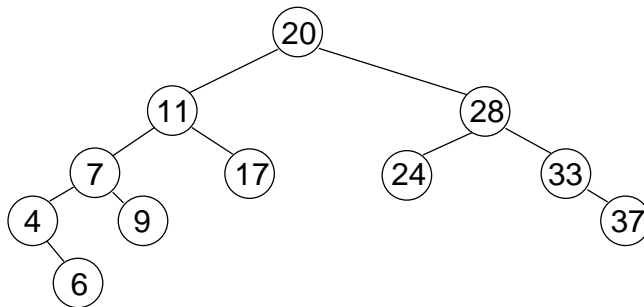
Camacho Yaquelin

Ponce Rodríguez Jhonny

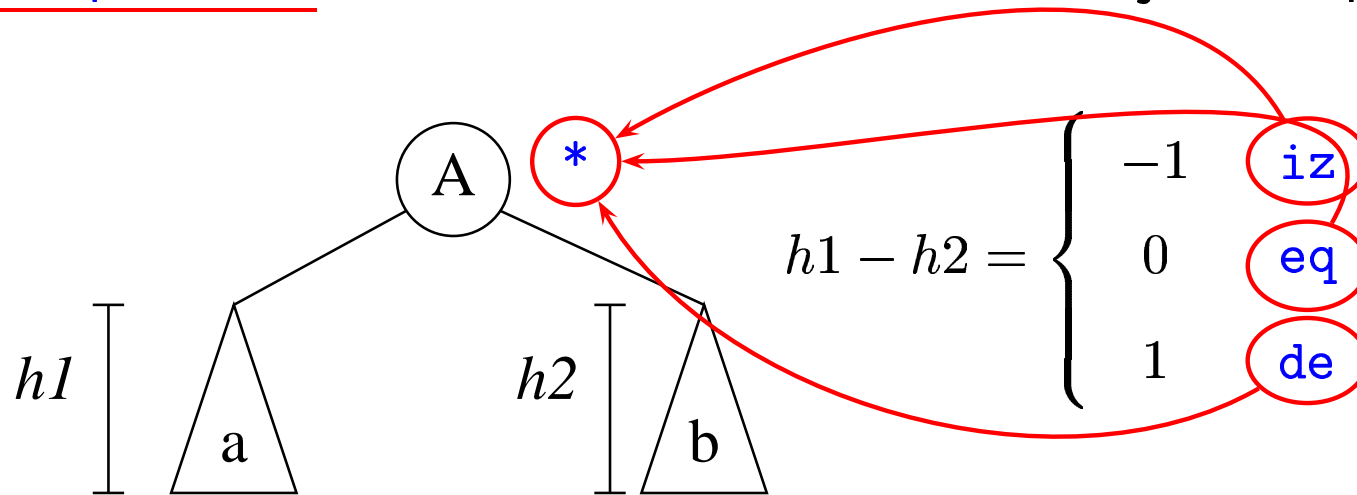
Motivación árboles degenerados La geometría de los árboles depende del orden de inserción en los mismos.

20 28 11 33 7 24 17 37 4 9 6

4 6 7 9 11 17 20 24 28 33 37



Árbol equilibrado la diferencia de las alturas de los hijos no supera a 1.



Las operaciones de **inserción** y **borrado** deben respetar esta propiedad.

```
package estructurasDatos;
import soporte.*;
public class NodoArbolHilvanEquilibrado extends NodoArbolHilvan {
    protected int indiceEquilibrio;
5    protected final static int iz=-1;
    protected final static int de=1;
    protected final static int eq=0;

    public NodoArbolHilvanEquilibrado(ObjetoComparable o ) {
10        super(o);
        indiceEquilibrio=eq;
    }
    public NodoArbolHilvanEquilibrado(ObjetoComparable o , Hilvan iz, Hilvan der
    {
        super(o,iz,der);
15        indiceEquilibrio=eq;
    }
    protected String indice(){
        switch(indiceEquilibrio){
            case iz: return "iz";
20            case de: return "de";
            case eq: return "eq";
            default: return "Desconocido";
        }
    }
25 }
}
```

**Insertar** algoritmo recursivo. Si **aumenta** el tamaño del hijo, puede ser necesario que reequilibrar.

**Borrar** algoritmo recursivo. Si **disminuye** el tamaño del hijo, puede ser necesario que reequilibrar.

```
package estructurasDatos;
import soporte.*;

class NodoHilvanCambiado extends NodoHilvan{
5     boolean haCambiado;
}

public class ArbolBusquedaHilvanadoEquilibrado extends ArbolBusquedaHilvanado {
10     public void insertar( ObjetoComparable x ){
        raiz=insertarEQ( x, raiz , ladoRaiz, null).hilvan;
    }
    private static NodoHilvanCambiado insertarEQ(ObjetoComparable x,
15                                                Hilvan hilvan,
                                                int lado,
                                                NodoArbolHilvan padre) {
        if( hilvan.tipo == Hilvan.tipoHilvan ){
            return insertarNodoEQ(x,hilvan,lado,padre);
        }
20     else {
        NodoHilvanCambiado resultado;
        if( x.compararA( hilvan.puntero.informacion ) < 0 ){
            resultado=insertarEQ(x,
25                                                hilvan.puntero.izquierdo,
                                                ladoIzquierdo,
                                                hilvan.puntero);
            hilvan.puntero.izquierdo=resultado.hilvan;
            resultado=reequilibrarInsercion(hilvan,
30                                                resultado.haCambiado,
                                                ladoIzquierdo);
            return resultado;
        } else if( x.compararA( hilvan.puntero.informacion ) > 0 ){
            ..... caso simétrico al anterior .....
            .....
        }
    }
}
```

```
35         } else {
           hilvan.puntero.informacion=x;
           resultado=new NodoHilvanCambiado();
           resultado.hilvan=hilvan;
           resultado.haCambiado=false;
40         return resultado;
           }
       }
   }

45   private static NodoHilvanCambiado insertarNodoEQ( ObjetoComparable x,
                                                       Hilvan hilvan,
                                                       int lado,
                                                       NodoArbolHilvan padre) {

       Hilvan iz,der;
50       NodoArbolHilvanEquilibrado actual;
       NodoHilvanCambiado resultado=new NodoHilvanCambiado();
       ..... codigo similar al de los árboles hilvanados .....
       resultado.haCambiado=true;
       return resultado;
55   }
```

60

65

```
    public void borrar( ObjetoComparable x ){
70        raiz = borrarEQ( x, raiz, ladoRaiz).hilvan ;
    }
    private NodoHilvanCambiado
        borrarEQ( ObjetoComparable x, Hilvan hilvan , int lado)
    {
75        NodoHilvanCambiado resultado;
        if( hilvan.tipo == Hilvan.tipoHilvan ){
            resultado=new NodoHilvanCambiado();
            resultado.haCambiado=false;
            resultado.hilvan=hilvan;
80        } else {
            NodoArbolHilvan nodo=hilvan.puntero;
            if( x.compararA( nodo.informacion ) < 0 ){
                resultado = borrarEQ( x, nodo.izquierdo , ladoIzquierdo);
                nodo.izquierdo=resultado.hilvan;
85                resultado = reequilibrarBorrado(hilvan,
                                                    resultado.haCambiado,
                                                    ladoIzquierdo);
            }
            else if( x.compararA( hilvan.puntero.informacion ) > 0 ){
90                ..... simétrico al anterior .....
            }
            else {
                if (nodo.derecho.tipo==Hilvan.tipoHilvan
                    && nodo.izquierdo.tipo==Hilvan.tipoHilvan){
95                    resultado=new NodoHilvanCambiado();
                    //borrarNodo de la superclase
                    resultado.hilvan=borrarNodo(hilvan,lado);
                    resultado.haCambiado=true;
                }
100            }
        }
    }
```



```

    else if (nodo.derecho.tipo==Hilvan.tipoHilvan){
        //buscarMax de la superclase
105     NodoArbolHilvan nodoMax=buscarMax(nodo.izquierdo);
        nodoMax.derecho=nodo.derecho;
        resultado=new NodoHilvanCambiado();
        resultado.hilvan=nodo.izquierdo;
        resultado.haCambiado=true;
110     }
    else{
        resultado = extraerMinEQ(hilvan.puntero.derecho,
                                ladoDerecho);
        ((NodoArbolHilvanEquilibrado)resultado.nodo)
115                                     .indiceEquilibrio =
            ((NodoArbolHilvanEquilibrado)hilvan.puntero)
                                    .indiceEquilibrio;
        hilvan.puntero=resultado.nodo;
        hilvan.puntero.izquierdo=nodo.izquierdo;
120     hilvan.puntero.derecho=resultado.hilvan;
        if (nodo.izquierdo.tipo==Hilvan.tipoPuntero){
            NodoArbolHilvan nodoMax=buscarMax(nodo.izquierdo);
            nodoMax.derecho=new Hilvan(hilvan.puntero,
                                      Hilvan.tipoHilvan);
125     }
        resultado=reequilibrarBorrado(hilvan,
                                      resultado.haCambiado,
                                      ladoDerecho);
    }
130 }
}
return resultado;
}
135
```

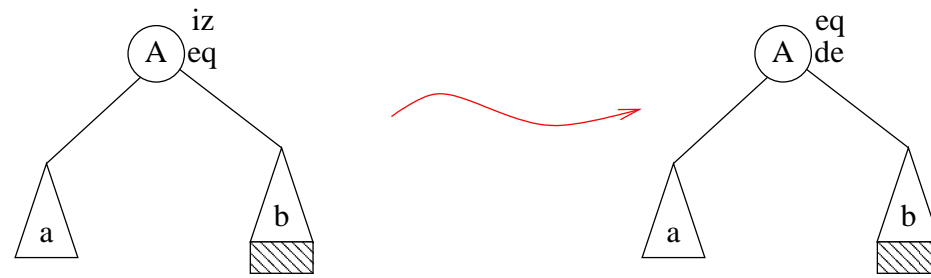
```
private static NodoHilvanCambiado extraerMinEQ(Hilvan hilvan, int lado) {
    NodoHilvanCambiado resultado;
    if (hilvan.puntero.izquierdo.tipo==Hilvan.tipoHilvan){
140         resultado=new NodoHilvanCambiado();
        resultado.nodo=hilvan.puntero;
        if (lado==ladoDerecho)
            resultado.hilvan=hilvan.puntero.derecho;
        else //lado==ladoIzquierdo
145         if (hilvan.puntero.derecho.tipo==Hilvan.tipoHilvan){
            resultado.hilvan=hilvan;
            resultado.hilvan.tipo=Hilvan.tipoHilvan;
        }
        else{
150             resultado.hilvan=hilvan.puntero.derecho;
        }
        resultado.haCambiado=true;
    }
    else{ //todavía no hemos alcanzado el mínimo
155         resultado=extraerMinEQ(hilvan.puntero.izquierdo, ladoIzquierdo);
        hilvan.puntero.izquierdo=resultado.hilvan;
        NodoArbolHilvan nodo=resultado.nodo;
        resultado=reequilibrarBorrado(hilvan,resultado.haCambiado,
                                     ladoIzquierdo);
160         resultado.nodo=nodo;
    }
    return resultado;
}
```

165

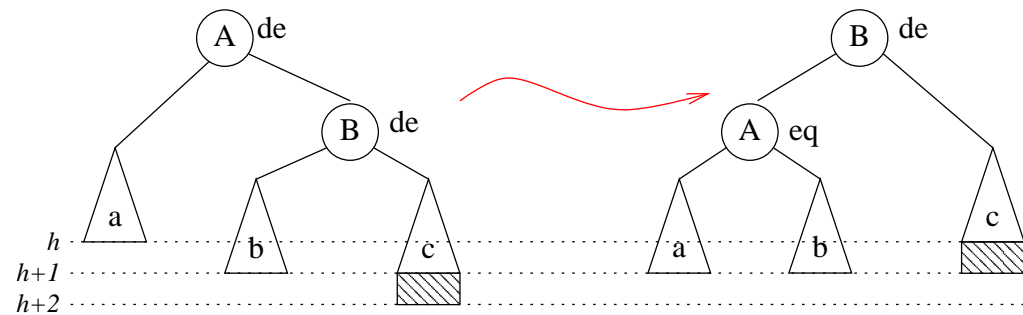
170

Inserción en el subárbol derecho:

**Sin rotación:**



**Rotación simple:**

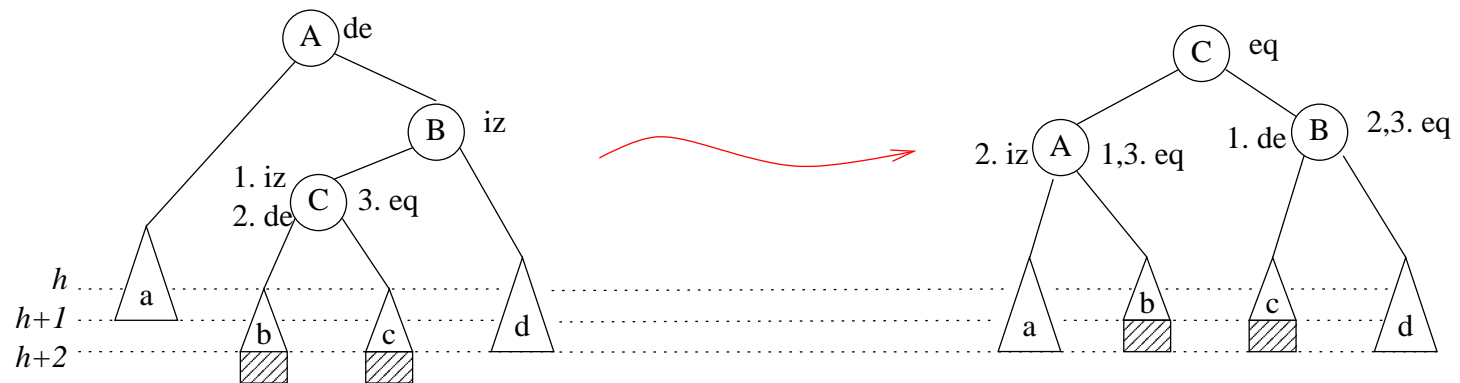


```
private static NodoHilvanCambiado reequilibrarInsercion(Hilvan hilvan,  
                                                         boolean haCambiado,  
                                                         int lado) {  
    NodoHilvanCambiado resultado=new NodoHilvanCambiado();  
175    if (!haCambiado){  
        resultado.hilvan=hilvan;  
        resultado.haCambiado=false;  
    } else {  
        NodoArbolHilvanEquilibrado nodo=  
180        (NodoArbolHilvanEquilibrado)hilvan.puntero;  
        switch (lado){  
            case ladoDerecho:  
                switch(nodo.indiceEquilibrio){  
                    case NodoArbolHilvanEquilibrado.iz:  
185                    nodo.indiceEquilibrio=NodoArbolHilvanEquilibrado.eq;  
                    resultado.hilvan=hilvan;  
                    resultado.haCambiado=false;  
                    break;  
                    case NodoArbolHilvanEquilibrado.eq:  
190                    nodo.indiceEquilibrio=NodoArbolHilvanEquilibrado.de;  
                    resultado.hilvan=hilvan;  
                    resultado.haCambiado=true;  
                    break;  
                    case NodoArbolHilvanEquilibrado.de:  
195                    resultado.hilvan=rotacionDerechaInsercion(hilvan).hilvan;  
                    resultado.haCambiado=false;  
                    break;  
                default:  
200                throw new ExcepcionInterna(  
                    "Indice de equilibrio incorrecto:"+nodo.indiceEquilibrio);  
                }  
            break;  
        }  
    }  
}
```

```
205         case ladoIzquierdo:
                ..... simétrico .....
                default:
                    throw new ExcepcionInterna(
                        "Indice de equilibrio incorrecto:" + nodo.indiceEquilibrio);
210             }
                break;
            default:
                throw new ExcepcionInterna("Lado descontrolado: " + lado);
            }
215     }
    return resultado;
}

private static NodoHilvanCambiado rotacionDerechaInsercion(Hilvan hilvan)
220 {
    NodoArbolHilvanEquilibrado nodoA =
        (NodoArbolHilvanEquilibrado)hilvan.puntero;
    NodoArbolHilvanEquilibrado nodoB =
        (NodoArbolHilvanEquilibrado)nodoA.derecho.puntero;
225     NodoHilvanCambiado resultado=new NodoHilvanCambiado();
    Hilvan alfa,beta,gamma,delta;
    switch (nodoB.indiceEquilibrio){
    case NodoArbolHilvanEquilibrado.de: //rotación simple
        beta=nodoB.izquierdo;
230         if (beta.tipo==Hilvan.tipoHilvan)
            nodoA.derecho=new Hilvan(nodoB,Hilvan.tipoHilvan);
        else
            nodoA.derecho=beta;
        nodoB.izquierdo=new Hilvan(nodoA,Hilvan.tipoPuntero);
235         nodoA.indiceEquilibrio=NodoArbolHilvanEquilibrado.eq;
        nodoB.indiceEquilibrio=NodoArbolHilvanEquilibrado.eq;
        resultado.hilvan=new Hilvan(nodoB,Hilvan.tipoPuntero);
        break;
    }
```

### Rotación doble:



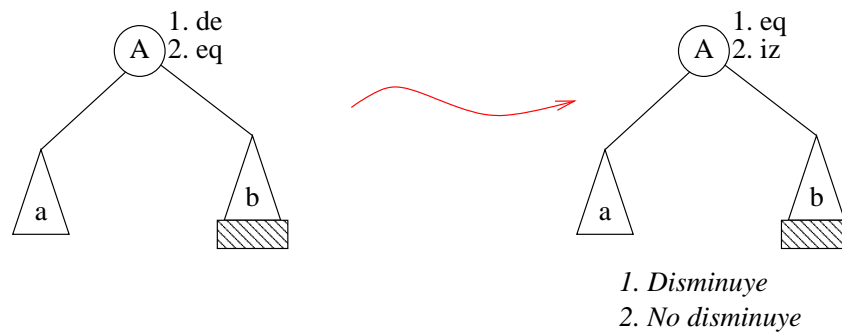
Después de la rotación el tamaño de árbol **NO** aumenta.

```

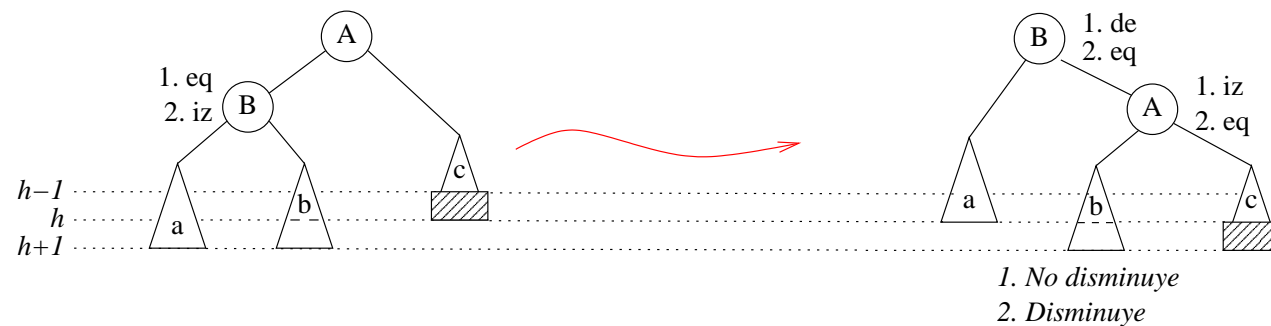
240         case NodoArbolHilvanEquilibrado.iz: //rotación doble
            NodoArbolHilvanEquilibrado nodoC =
                (NodoArbolHilvanEquilibrado)nodoB.izquierdo.puntero;
            beta=nodoC.izquierdo; gamma=nodoC.derecho;
            if (beta.tipo==Hilvan.tipoHilvan)
                nodoA.derecho=new Hilvan(nodoC,Hilvan.tipoHilvan);
245         else nodoA.derecho=beta;
            if (gamma.tipo==Hilvan.tipoHilvan)
                nodoB.izquierdo=new Hilvan(nodoC,Hilvan.tipoHilvan);
            else nodoB.izquierdo=gamma;
            nodoC.izquierdo=new Hilvan(nodoA,Hilvan.tipoPuntero);
250         nodoC.derecho=new Hilvan(nodoB,Hilvan.tipoPuntero);
            switch (nodoC.indiceEquilibrio){
                case NodoArbolHilvanEquilibrado.de:
                    nodoA.indiceEquilibrio=NodoArbolHilvanEquilibrado.iz;
                    nodoB.indiceEquilibrio=NodoArbolHilvanEquilibrado.eq;
255                 break;
                case NodoArbolHilvanEquilibrado.iz:
                    ..... caso similar .....
                case NodoArbolHilvanEquilibrado.eq:
                    ..... caso similar .....
260                 default:
                    throw new ExcepcionInterna(
                        "Indice de equilibrio incorrecto del nodoC:"+nodoC.indice());
                    }
                resultado.hilvan=new Hilvan(nodoC,Hilvan.tipoPuntero);
265                 break;
            default:
                throw new ExcepcionInterna(
                    "Indice de equilibrio incorrecto del nodoB:"+nodoB.indice());
            }
270         resultado.haCambiado=false;
        return resultado;
    }
}
```

Borrado en el subárbol derecho:

**Sin rotación:**



**Rotación simple:**





```
private static NodoHilvanCambiado reequilibrarBorrado(Hilvan hilvan,  
boolean haCambiado,  
int lado) {  
275     NodoHilvanCambiado resultado;  
     if (!haCambiado){  
         resultado=new NodoHilvanCambiado();  
         resultado.hilvan=hilvan;  
280         resultado.haCambiado=false;  
     } else {  
         NodoArbolHilvanEquilibrado nodo=(NodoArbolHilvanEquilibrado)hilvan.punt  
o;  
         switch (lado){  
             case ladoDerecho:  
285                 switch (nodo.indiceEquilibrio){  
                     case NodoArbolHilvanEquilibrado.eq:  
                         nodo.indiceEquilibrio=NodoArbolHilvanEquilibrado.iz;  
                         resultado=new NodoHilvanCambiado();  
                         resultado.hilvan=hilvan;  
290                         resultado.haCambiado=false;  
                         break;  
                     case NodoArbolHilvanEquilibrado.de:  
                         nodo.indiceEquilibrio=NodoArbolHilvanEquilibrado.eq;  
                         resultado=new NodoHilvanCambiado();  
295                         resultado.hilvan=hilvan;  
                         resultado.haCambiado=true;  
                         break;  
                     case NodoArbolHilvanEquilibrado.iz:  
                         resultado=rotacionDerechaBorrado(hilvan);  
300                         break;  
                     default:  
                         throw new ExcepcionInterna(  
                             "Indice de equilibrio incorrecto:"+nodo.indice()+":");  
                         }  
305                 break;  
             }  
         }  
     }  
}
```

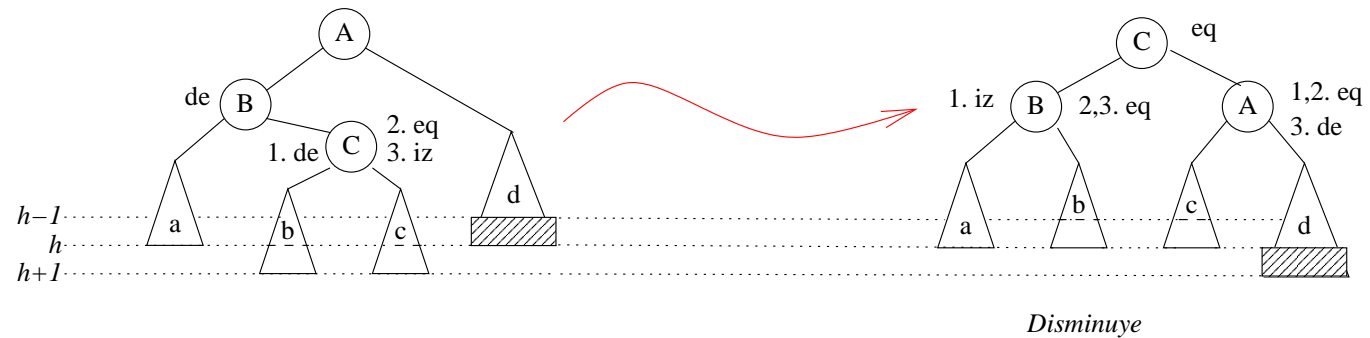
```

        case ladoIzquierdo:
            .... caso simétrico .....
        default:
            throw new ExcepcionInterna("Lado incorrecto:"+lado+":");
310     }
    }
    return resultado;
}

private static NodoHilvanCambiado rotacionDerechaBorrado(Hilvan hilvan) {
315     NodoHilvanCambiado resultado=new NodoHilvanCambiado();
    NodoArbolHilvanEquilibrado nodoA=(NodoArbolHilvanEquilibrado)hilvan.puntero;
    NodoArbolHilvanEquilibrado nodoB =
        (NodoArbolHilvanEquilibrado)nodoA.izquierdo.puntero;
    int indiceB=nodoB.indiceEquilibrio;
320     Hilvan beta,gamma;
    switch (indiceB){
    case NodoArbolHilvanEquilibrado.eq://rotación simple
    case NodoArbolHilvanEquilibrado.iz://rotación simple
        beta=nodoB.derecho;
325     nodoB.derecho=new Hilvan(nodoA,Hilvan.tipoPuntero);
        if (beta.tipo==Hilvan.tipoHilvan)
            nodoA.izquierdo=new Hilvan(nodoB,Hilvan.tipoHilvan);
        else nodoA.izquierdo=beta;
        resultado.hilvan=new Hilvan(nodoB,Hilvan.tipoPuntero);
330     if (indiceB==NodoArbolHilvanEquilibrado.eq) {
            nodoB.indiceEquilibrio=NodoArbolHilvanEquilibrado.de;
            nodoA.indiceEquilibrio=NodoArbolHilvanEquilibrado.iz;
            resultado.haCambiado=false;
        } else { //ndiceB==NodoArbolHilvanEquilibrado.iz
335     nodoB.indiceEquilibrio=NodoArbolHilvanEquilibrado.eq;
            nodoA.indiceEquilibrio=NodoArbolHilvanEquilibrado.eq;
            resultado.haCambiado=true;
        }
    }
    break;

```

## Rotación doble:



En ocasiones, después de la rotación, la altura total disminuye y en otras no. Por tanto serán necesarias ulteriores rotaciones.

```
340      case NodoArbolHilvanEquilibrado.de://rotación doble
        NodoArbolHilvanEquilibrado nodoC =
            (NodoArbolHilvanEquilibrado)nodoB.derecho.puntero;
        beta=nodoC.izquierdo; gamma=nodoC.derecho;
        nodoC.izquierdo=new Hilvan(nodoB,Hilvan.tipoPuntero);
345      nodoC.derecho=new Hilvan(nodoA,Hilvan.tipoPuntero);
        resultado.hilvan=new Hilvan(nodoC,Hilvan.tipoPuntero);
        if (gamma.tipo==Hilvan.tipoHilvan)
            nodoA.izquierdo=new Hilvan(nodoC,Hilvan.tipoHilvan);
        else nodoA.izquierdo=gamma;
350      if (beta.tipo==Hilvan.tipoHilvan)
            nodoB.derecho=new Hilvan(nodoC,Hilvan.tipoHilvan);
        else nodoB.derecho=beta;
        int indiceC=nodoC.indiceEquilibrio;
        nodoC.indiceEquilibrio=NodoArbolHilvanEquilibrado.eq;
355      switch (indiceC){
        case NodoArbolHilvanEquilibrado.iz:
            nodoB.indiceEquilibrio=NodoArbolHilvanEquilibrado.eq;
            nodoA.indiceEquilibrio=NodoArbolHilvanEquilibrado.de;
            break;
360      case NodoArbolHilvanEquilibrado.eq:
            ..... Caso similar .....
        case NodoArbolHilvanEquilibrado.de:
            ..... Caso similar .....
        }
365      resultado.haCambiado=true;
        break;
    default:
        throw new ExcepcionInterna("Índice de equilibrio del nodoB "+indiceB);
    }
370      return resultado;
}
```