

Заняття № 3. Логічні виводи.

Основні задачі.

3.1. Нехай F_1 і F_2 - довільні формули логіки висловлювань. Довести, що співвідношення $F_1 \equiv F_2$ має місце тоді і тільки тоді, коли $F_1 \leftrightarrow F_2$ є тавтологією.

3.2. Позначимо через \star будь-яку із логічних зв'язок $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$. Довести, що якщо $F_1 \equiv G_1$ і $F_2 \equiv G_2$, то $F_1 \star F_2 \equiv G_1 \star G_2$. Далі, якщо $F_1 \equiv G_1$, то $\lceil F_1 \equiv \rceil G_1$.

3.3. Доведіть (не використовуючи теорему дедукції), що для довільних формул A, B, C

1. $\vdash (\lceil A \rightarrow A \rceil) \rightarrow A$.
2. $\vdash A \vee B \rightarrow B \vee A$.

3.4. Доведіть, що для довільних формул A, B, C

1. $\vdash (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C))$;
2. $\vdash A \rightarrow \lceil \rceil A$;
3. $\vdash (\lceil A \rightarrow \rceil B) \rightarrow (B \rightarrow A)$;
4. $\vdash \lceil A \rightarrow \rceil (\lceil B \rightarrow \rceil (A \vee B))$;
5. $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow ((\lceil A \rightarrow B \rceil) \rightarrow B)$.

Додаткові задачі.

3.5. Побудуйте логічний вивід речення (не використовуючи теорему дедукції) для довільних формул A, B, C

$$\vdash (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C))$$

Домашнє завдання.

3.6. Доведіть (не використовуючи теорему дедукції), що для довільних формул A, B, C

1. $A \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B)$;
2. $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$.

3.7. Доведіть, що для довільних формул A, B, C

1. $\vdash (C \rightarrow A) \vee (C \rightarrow B) \rightarrow (C \rightarrow A \vee B)$;
2. $\vdash \lceil (A \wedge B) \rightarrow \rceil (\lceil A \vee \rceil B)$
3. $\vdash (((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A)$
4. $\vdash ((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow C) \rightarrow (((A \rightarrow C) \rightarrow C) \rightarrow (((B \rightarrow C) \rightarrow C) \rightarrow C)) \rightarrow C$