Заняття № 1. Висловлювання. Логічні сполучники.

1.1. Записати мовою логіки висловлювань речення. Знайти логічні значення цих висловлювань.

1. На вулиці світить сонце та йде дощ, отже зараз зима.
2. Для того, щоб x було непарним достатньо, щоб x було простим.
3. Якщо містер Джонс щасливий, то місіс Джонс нещасна, а якщо містер Джонс нещасний, то місіс Джонс щаслива.

1.2. Скільки існує різних булевих функцій від n змінних?

1.3. Перевірити, що для довільних формул A, B, C речення є тавтологіями:

1. $A \to (B \to A)$
2. $(A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C))$
3. $A \to (A \cup B)$
4. $(A \to C) \to ((B \to C) \to (A \cup B \to C))$
5. $A \cap B \to A$
6. $\urcorner(\urcorner A) \to A$

Ці речення є аксіомами логіки висловлювань. Інші аксіоми логіки висловлювань доводяться в домашньому завданні.

1.4. Довести, що якщо $\urcorner A \cap B$ і $\urcorner B \cap A$ - тавтології, то $A \cap B$ також тавтологія.

1.5. Довести, що якщо $\urcorner A \to B$ і $\urcorner C \to \urcorner B$ є тавтологіями,то $A \cup C$ також тавтологія.

Додаткові задачі.

1.6. Формула логіки висловлювань містить тільки сполучник "еквіваленція". Довести, що ця формула є тавтологією тоді і лише тоді, коли кожна атомарна формула зустрічається в ній парну кількість разів.

1.7. Якою мінімальною кількістю бінарних сполучників можна обмежитись? Знайдіть всі можливі вирази одних сполучників один через інші.

Домашнє завдання.

1.8. Записати мовою логіки висловлювань речення. Знайти логічні значення цих висловлювань.

1. Троянди пахучі квіти, а вода погано смакує тільки якщо книжка цікава або троянди не пахнуть.
2. Якщо в Англії росте бавовна, то або на Місяці є життя, або кожна диференційовна функція неперервна.

1.9. Перевірити, що для довільних формул A, B, C речення є тавтологіями:

1. $A \to (B \cup A)$
2. $A \cap B \to B$
3. $(A \to B) \to ((A \to C) \to (A \to B \cap C))$
4. $(A \to B) \to ((A \to \urcorner B) \to \urcorner A)$

1.10. Перевірити, що для довільних формул A, B, C речення є тавтологіями:

1. $\urcorner(A \cup B) \leftrightarrow (\urcorner A \cap \urcorner B)$
2. $\urcorner(A \cap B) \leftrightarrow (\urcorner A \cup \urcorner B)$
3. $(A \to B) \leftrightarrow (\urcorner B \to \urcorner A)$

1.11. Довести, що якщо $\urcorner B \to \urcorner A$ і $\urcorner B \to A$ є тавтологіями,то B також тавтологія.